

Département des sciences économiques et de gestion
ECO7010 Microéconomie avancée
Prof. Pierre Chaussé

Travail Pratique
Partie # 1: questions théoriques
(date de remise: 22 Avril)

Question 1

Les préférences d'un consommateur sont représentées par la fonction d'utilité suivante:

$$U(x_1, x_2) = x_1 x_2^3$$

Pour les questions qui suivent, mettez x_1 en ordonnée et x_2 en abscisse.

- a) Donnez l'équation d'une courbe d'indifférence et démontrez que le TMS est décroissant en valeur absolue.
- b) Écrivez le lagrangien permettant de résoudre le problème de maximisation d'utilité du consommateur et donnez les CPO. Interprétez.
- c) Donnez les fonctions de demande et dites si les biens sont normaux ou inférieurs et substitués ou compléments.
- d) Donnez l'équation du chemin d'expansion du revenu et les équations du chemin d'expansion du prix pour les deux biens (3 équations en tout).
- e) Démontrez que la fonction suivante représente les mêmes préférences:

$$U(x_1, x_2) = x_1^5 x_2^{15} + 25$$

- f) Interprétez le multiplicateur de Lagrange.

Question 2:

Supposons que la fonction de coût total pour la firme i est la suivante:

$$CT = N^{1/2} (150 + 0,01Y_i^2)$$

où N est le nombre de firmes et la demande du marché est:

$$Y^d = 18000 - 100P$$

- a) Justifiez la présence de la variable N dans la fonction de coût total. Quelle est la conséquence de cette spécification sur l'allure de la courbe d'offre de long terme?
- b) En supposant que $N=100$, calculez le prix d'équilibre, la quantité produite par chaque firme ainsi que leur profit respectif. Intuitivement, comment le marché, va-t-il réagir à long terme?
- c) Calculez le surplus du consommateur et du producteur. Ensuite, mesurez l'impact d'un quota forçant chaque firme à réduire sa production de 20 unités.
- d) Calculez le prix d'équilibre de long terme, le nombre de firmes, et les quantités produites par chacune.
- e) À partir de l'équilibre de long terme de la question précédente, calculez l'impact d'une taxe de 5\$ sur le surplus du consommateur, le surplus du producteur et sur le bien-être de l'économie. Calculez également l'impact sur la production de chaque firme et sur leur profit respectif.
- f) Calculez l'impact de cette taxe à long terme sur le nombre de firmes et sur le prix d'équilibre.

Question 3:

Considérons la fonction de production suivante:

$$Y = z_1^{0,4} z_2^{0,1} z_3^{0,4}$$

On suppose que le facteur z_1 représente le capital alors que z_2 et z_3 mesurent le nombre d'heures travaillées par les travailleurs non-spécialisés et spécialisés respectivement. z_1 est donc fixe à court terme et est égal à 32 alors que les deux autres facteurs sont variables. Les prix des facteurs de production sont respectivement w_1 , w_2 , et w_3 .

- a) Est-ce que les rendements marginaux des facteurs variables sont décroissants? Est-ce que les travailleurs non-spécialisés nuisent aux travailleurs spécialisés? Est-ce que les rendements à l'échelle sont croissants, constants ou décroissants? Répondez par des démonstrations mathématiques.
- b) Dérivez la fonction de coût total de court terme de la firme et donnez sa fonction de coût moyen, marginal et variable moyen. Illustrez graphiquement les quatre fonctions (CT seul et les trois autres sur le même graphique)

- c) Supposons que $w_1 = 50$, $w_2 = 12$, $w_3 = 36$ et que le prix du marché est 100\$. Calculez la quantité qui maximise les profits.
- d) Supposons que z_1 est variable. Est-ce que la solution trouvée à la question b) est optimale? Expliquez à l'aide des CPO. Trouvez la fonction d'offre lorsque tous les facteurs sont variables. Vous pouvez utiliser les prix des facteurs de la questions c).

Question 4:

Considérons une économie d'échange dans laquelle il n'y a que deux biens et deux consommateurs. Les préférences des consommateurs sont représentées par les fonctions suivantes:

$$U_1(X_1, X_2) = X_1^3 X_2^5$$

$$U_2(X_1, X_2) = X_1 X_2^3$$

Les dotations initiales des consommateurs 1 et 2 sont respectivement $(X_1, X_2) = (10, 90)$ et $(120, 15)$.

- a) Représentez la situation initiale dans une boîte d'Edgeworth.
- b) Expliquez à l'aide de cette boîte le premier théorème du bien-être (pour les économies d'échange). Quelles sont les hypothèses du théorème?
- c) Trouvez l'équilibre compétitif et donnez le prix relatif. Démontrez que ce prix équilibre tous les marchés.
- d) Supposons maintenant que deux autres consommateurs arrivent dans l'économie avec les mêmes 2 fonctions d'utilité. Supposons également qu'ils ne possèdent que 50 unités du bien 1 au total. Comment devrait réagir le prix relatif entre les deux biens? Expliquez intuitivement. Est-ce que les deux premiers consommateurs ont avantage à échanger avec les deux nouveaux? Expliquez clairement à l'aide des utilités marginales.